受験番号	

2024 年度 岡山大学大学院環境生命自然科学研究科(博士前期課程)

環境生命自然科学専攻 数理情報科学学位プログラム

電気電子機能開発学コース 入学試験問題

専 門 科 目
(数 学)

注意

1. 試験時間は 10:00～12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊，解答用冊子1冊を確認しなさい。ただし，試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また，どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は，この表紙を含めて 6 枚の問題紙を綴じています(2～5 枚目：問題，6 枚目：下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので，受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。すべての問題に解答し，解答用冊子の所定頁に記入しなさい。指定と異なる解答用紙に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが，記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は，すべて試験終了後に回収します。

数学

第1問

問1　次の極限を求めよ。計算過程を示すこと。

(1) $\lim_{x \to \infty}\left(x-\sqrt{x^2+2x+3}\right)$

(2) $\lim_{x \to 3}\left[\frac{x}{x^2-9}-\frac{4x^2-9}{x^2(x^2-9)}\right]$

問2　次の $f(x)$ が最大値をとるときの x を求めよ。計算過程を示すこと。

$$f(x)=2\tan^{-1}x-\log(1+x^2)+3$$

問3　xyz 直交座標系において，式(A)で与えられる回転放物面と式(B)で与えられる円柱を考える。以下の問いに答えよ。計算過程を示すこと。

$$x^2+y^2=4z-2 \qquad \text{(A)}$$
$$x^2+y^2=1,\ 0 \le z \le 2 \qquad \text{(B)}$$

(1) 回転放物面上の点(1, 1, 1)における接平面を求めよ。

(2) (1)で求めた接平面によって円柱が 2 つの立体に分割される。点$\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$を含む立体において，$x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$ の領域の体積を求めよ。

数学

第2問

問1　3 次の正方行列 $\boldsymbol{A}$，ベクトル $\boldsymbol{b}$ を次のように定めたとき，以下の問いに答えよ。ただし，α と β は定数とする。

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -5 & 3 & \alpha \\ 4 & -2\alpha & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \beta \end{bmatrix}$$

(1) $\alpha = -1$ のとき，行列 $\boldsymbol{A}$ の行列式を計算せよ。

(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ が 2 つの固有値 1（重複），-2 を持つような α を求めよ。

(3) (2)で求めた α を用いて，行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値 1 に対する固有ベクトルを求めよ。

(4) $\alpha = 1$ のとき，未知の変数ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ の連立一次方程式 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ が解を持つような β を求めよ。

数学

第3問

問1 次の微分方程式をそれぞれ解け。

(1) $\dfrac{dy}{dx} = xy$

(2) $x\dfrac{dy}{dx} + 1 = y$

問2 次の微分方程式について，以下の問いに答えよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = Q(x)$$

(1) $Q(x) = 0$ の場合の一般解を求めよ。

(2) $Q(x) = \sin 2x$ の場合の特殊解を求めよ。

(3) $Q(x) = x^2$ の場合の一般解を求めよ。

数学

第4問

問1 変数 t の区間 $[-\pi, \pi]$ 上で定義された連続関数 $f(t)$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(t)$ が三角関数の無限和で表すことができた場合，この級数の基底（三角基底）に直交性があることを示せ。

(2) 関数 $f(t) = t^2$ のフーリエ級数展開を求めよ。

問2 ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ。

(1) $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ は関数 $f(t)$ のラプラス変換を表す。ただし，s の実数部は正 $(\mathrm{Re}[s] > 0)$ と仮定してよい。

(i) $f_1(t) = \sin \omega_0 t$ のとき， $F_1(s) = \dfrac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$ となることを示せ。

(ii) $f_2(t) = t^n$ のとき，$F_2(s) = \dfrac{n!}{s^{n+1}}$ となることを示せ。

(2) 次の関数の逆ラプラス変換 $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ を求めよ。

(i) $F_3(s) = \dfrac{2}{s^2(s^2+2)}$

(ii) $F_4(s) = \dfrac{2}{s^6+3s^4+2s^2}$