

2026年4月入学第1回一般入試

岡山大学大学院環境生命自然科学研究科
(博士前期課程)

数理情報科学学位プログラム 数理データ科学コース

入学試験問題

専門科目

注意

1. 専門科目は、志望する教育研究分野の指定する科目を解答しなさい。教育研究分野の指定する科目は、下記の通りです。指定された科目以外の科目を解答すると無効となります。

コース	教育研究分野	科目名
数理データ科学	応用数理学	応用数理学
	数理データ活用学	
	数理モデル解析学	応用数学
	現象数値解析学	
	統計データ解析学	統計学
	時空間統計学	
	計算機統計学	

2. 専門科目の解答用紙には、解答する科目名および問題番号を記入しなさい。
3. 各専門科目の問題の冒頭に、解答する問題の選択に関する指示がありますから、試験開始後必ず読みなさい。指示された問題選択以外の方法で解答すると無効となります。

応用数理学問題
(応用数理学, 数理データ活用学 教育研究分野志願者)

第 1 問と第 2 問は全員解答しなさい。第 3 問と第 4 問より, 1 問選択し解答しなさい。
あわせて 3 問になります。

第 1 問 応用数理学

以下の各問に答えなさい。

問 1 次の極限が存在するかどうかを判定し, 存在する場合は極限值を求めなさい。

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

問 2 曲面 $z = x^2 + y^2$ と平面 $z = 4$ で囲まれた領域の体積を求めなさい。

問 3 曲面 $z = x^2 + y^2$ と平面 $z = 2x$ で囲まれた領域の体積を求めなさい。

第 2 問 応用数理学

以下の各問に答えなさい。

問 1 x, y, z を変数とする連立一次方程式

$$\begin{cases} x - 2y + 4z &= -5 \\ -x + 3y - 5z &= 7 \\ x + y + z &= k \end{cases}$$

が解を持つような k の値を求め、さらにそのときの解を求めなさい。

問 2 次の行列 A は対角化可能か否か答えなさい。対角化可能な場合は $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P および $P^{-1}AP$ を求めなさい。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

問 3 次の行列 B と自然数 n に対し、 B^{2n+1} を求めなさい。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

第 3 問 応用数理学

以下の各問に答えなさい。

問 1 m を整数とする。 $v(x)$ についての微分方程式

$$v' + \frac{m}{x}v = 0 \quad (1)$$

の一般解を求めなさい。

問 2 a を実数とし、 m は整数で $m \neq -1$ をみたすとする。 $u(x)$ についての微分方程式

$$u' + \frac{m}{x}u = a \quad (2)$$

の一般解を求めなさい。

問 3 b を実数とし、 n は整数で $n \neq 1$ をみたすとする。 $y(x)$ についての微分方程式

$$y' + \frac{n}{x}y + by^2 = 0 \quad (3)$$

の一般解を、 $u(x) = 1/y(x)$ とおくことにより求めなさい。

第 4 問 応用数理学

$\mathbb{Q}[x, y]$, $\mathbb{Q}[t]$ は, 有理数体 $\mathbb{Q}$ 上の多項式環とする。 $y^2 - x^3$ で生成される $\mathbb{Q}[x, y]$ のイデアルを

$$I = \langle y^2 - x^3 \rangle$$

とおく。以下の各問に答えなさい。

問 1 $y^6 - x^9 \in I$ を示しなさい。

問 2 $\mathbb{Q}$ 準同型 $\varphi: \mathbb{Q}[x, y] \rightarrow \mathbb{Q}[t]$ で,

$$\varphi(x) = t^2, \varphi(y) = t^3$$

なるものを考える。 $\text{Ker } \varphi = I$ を示しなさい。

問 3 m は奇数で $m \geq 3$ とする。 $\mathbb{Q}$ 準同型 $\psi: \mathbb{Q}[x, y] \rightarrow \mathbb{Q}[t]$ で,

$$\psi(x) = t^2, \psi(y) = t^m$$

なるものを考える。 $\text{Ker } \psi$ を求めなさい。

応用数学問題
(数理モデル解析学, 現象数値解析学 教育研究分野志願者)

第 1 問～第 3 問を解答しなさい。

第 1 問 応用数学

以下の各問に答えなさい。

問 1 次の極限が存在するかどうかを判定し, 存在する場合は極限値を求めなさい。

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

問 2 曲面 $z = x^2 + y^2$ と平面 $z = 4$ で囲まれた領域の体積を求めなさい。

問 3 曲面 $z = x^2 + y^2$ と平面 $z = 2x$ で囲まれた領域の体積を求めなさい。

第 2 問 応用数学

以下の各問に答えなさい。

問 1 x, y, z を変数とする連立一次方程式

$$\begin{cases} x - 2y + 4z &= -5 \\ -x + 3y - 5z &= 7 \\ x + y + z &= k \end{cases}$$

が解を持つような k の値を求め、さらにそのときの解を求めなさい。

問 2 次の行列 A は対角化可能か否か答えなさい。対角化可能な場合は $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P および $P^{-1}AP$ を求めなさい。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

問 3 次の行列 B と自然数 n に対し、 B^{2n+1} を求めなさい。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

第 3 問 応用数学

以下の各問に答えなさい。

問 1 m を整数とする。 $v(x)$ についての微分方程式

$$v' + \frac{m}{x}v = 0 \quad (1)$$

の一般解を求めなさい。

問 2 a を実数とし、 m は整数で $m \neq -1$ をみたすとする。 $u(x)$ についての微分方程式

$$u' + \frac{m}{x}u = a \quad (2)$$

の一般解を求めなさい。

問 3 b を実数とし、 n は整数で $n \neq 1$ をみたすとする。 $y(x)$ についての微分方程式

$$y' + \frac{n}{x}y + by^2 = 0 \quad (3)$$

の一般解を、 $u(x) = 1/y(x)$ とおくことにより求めなさい。

統計学問題

(統計データ解析学, 時空間統計学, 計算機統計学 教育研究分野志願者)

第1問～第4問より, いずれか3問を選択し解答しなさい。

第1問 統計学

確率変数 X, Y は互いに独立に, それぞれ平均 $\lambda (> 0), \mu (> 0)$ のポアソン分布に従うとする。ここに平均 λ のポアソン分布は以下の確率関数 $f(x; \lambda)$ をもつ。ただし $0! = 1$ とする。

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

次の問1～問4に答えよ。

問1 X の確率母関数, すなわち実数 t に対して t^X の期待値 $G_X(t) = E(t^X)$ を λ および t の式で表せ。

問2 $X(X-1)$ の期待値を求めよ。さらに X の分散を求めよ。

問3 $Z = X + Y$ の確率母関数 $G_Z(t) = E(t^Z)$ を λ, μ および t の式で表せ。

問4 $Z = X + Y$ はどのような分布に従うか答えよ。さらに Z の分散を求めよ。

第2問 統計学

繰り返し数の異なる一元配置法を考える。要因 A は a 個の水準からなるとする (a は 2 以上の整数)。水準 A_i に対して X_{ij} が以下の式に従って観測されたとする。

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, a; j = 1, 2, \dots, r_i)$$

ただし, $\sum_{i=1}^a r_i = n$, $\sum_{i=1}^a r_i \alpha_i = 0$, $\varepsilon_{ij} \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$ であり,

$$\bar{X}_{i\cdot} = \frac{1}{r_i} \sum_{j=1}^{r_i} X_{ij}, \quad \bar{\bar{X}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{r_i} X_{ij} \text{ とする。}$$

このとき, 以下の分散分析表を作成することを考える。

変動	平方和	自由度	平均平方	F 比
要因 A	S_A	(ア)	(ウ)	(オ)
誤差	S_E	(イ)	(エ)	
計	S_T	$n - 1$		

ここで, 総平方和の式を $S_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{r_i} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2$,

A 間平方和の式を $S_A = \sum_{i=1}^a r_i (\bar{X}_{i\cdot} - \bar{\bar{X}})^2$ とする。次の問 1～問 5 に答えよ。

問 1 誤差平方和 S_E の式を求めよ。

問 2 問 1 で求めた S_E に対して, $S_T = S_A + S_E$ が成り立つことを示せ。

問 3 $\bar{\varepsilon}_{i\cdot} = \frac{1}{r_i} \sum_{j=1}^{r_i} \varepsilon_{ij}$ が従う分布を求めよ。

問 4 問 1 で求めた S_E の期待値が $(n - a)\sigma^2$ となることを示せ。

問 5 分散分析表の (ア) ～ (オ) に入る式を求めよ。なお, 必要に応じて式中で n, a, r_i, S_A, S_E, S_T を使用してよい。

第3問 統計学

$X_1, X_2, \dots, X_n$ は以下の確率密度関数 $f(x; \lambda)$ ($\lambda > 0$) をもつ指数分布からの無作為標本であるとする。

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x > 0)$$

次の問 1～問 5 に答えよ。

問 1 X_1 の期待値 $E(X_1)$ および分散 $V(X_1)$ を求めよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^a}{e^x} = 0$ ($a > 0$) を用いてよい。

問 2 $X_1, X_2, \dots, X_n$ の標本平均 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ に対して、期待値 $E(\bar{X})$ および分散 $V(\bar{X})$ を求めよ。

問 3 対数尤度関数

$$\ell(\lambda) = \sum_{i=1}^n \log f(X_i; \lambda)$$

を $X_1, X_2, \dots, X_n$ および n, λ の式で表せ。

問 4 問 3 の対数尤度関数の増減を調べ、 λ の最尤推定量 $\hat{\lambda}$ を求めよ。

問 5 問 4 で求めた最尤推定量 $\hat{\lambda}$ は漸近的にどのような分布に従うか答えよ。ただし、正則条件が成り立つことを断りなく用いてよい。

第4問 統計学

1 個の目的変数 y と p 個の説明変数 $x_1, x_2, \dots, x_p$ からなる, n 組のデータ

y	x_1	x_2	$\dots$	x_p
y_1	x_{11}	x_{12}	$\dots$	x_{1p}
y_2	x_{21}	x_{22}	$\dots$	x_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
y_n	x_{n1}	x_{n2}	$\dots$	x_{np}

に対して, 重回帰モデル

$$y = X\beta + \varepsilon$$

を考える。ここで

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

である。

ただし, ε は, 期待値ベクトル $E(\varepsilon) = \mathbf{0}$, 分散共分散行列 $V(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$ ($\sigma^2 > 0$) の n 変量正規分布に従うとする。

ここで, X の各列は線形独立であるとし, 説明変数は定数とみなす。また I_n は $n \times n$ 単位行列である。次の問 1~問 4 に答えよ。

問 1 β の最小二乗推定量を $\hat{\beta}$ とするとき, $\hat{\beta}$ を X, y を用いて表せ。

問 2 残差ベクトルを X, y, I_n を用いて表せ。

問 3 $\hat{\beta}$ を用いた重回帰モデルによって得られる y の予測値ベクトルを $\hat{y}$ とする。

$\hat{y}$ の期待値ベクトル $E(\hat{y})$ を求めよ。

問 4 $\hat{y}$ の分散共分散行列 $V(\hat{y})$ を求めよ。