

2026年4月入学

岡山大学大学院環境生命自然科学研究科 博士前期課程

数理科学コース

試験問題 <一般入試>

専 門 科 目

数 学

注意事項

- 1 解答はじめの合図があるまでは、注意事項を読むだけで、問題冊子や解答用紙等に触れてはいけません。
- 2 問題冊子は1冊，解答用紙は4枚，下書き用紙は3枚です。
- 3 すべての解答用紙に受験番号を記入してください。
- 4 各問題の解答は，それぞれ指定された解答用紙に記入してください。
- 5 解答用紙のホッチキスは，外さないでください。
- 6 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰ってください。

2026年4月入学  
岡山大学大学院環境生命自然科学研究科 博士前期課程  
数理科学コース  
試験問題 <一般入試>

【試験科目：専門科目（数学）】

以下の問題文中の  $\mathbb{R}$  は、すべての実数からなる集合を表すものとする。

第1問 次の4次実正方行列  $U(a, b, c, d)$  について考える。

$$U(a, b, c, d) = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$$

(1) 以下の等式を示せ。

$$\det(U(a, b, c, d)) = (a + b + c + d)(a - b + c - d)(a + b - c - d)(a - b - c + d)$$

(2) (1) を用いて  $U(a, b, c, d)$  の固有値を求めよ。

(3)  $U(a, b, c, d)$  の固有値がすべて相異なるとき、 $U(a, b, c, d)$  を対角化する直交行列をひとつ求めよ。

第2問  $V$  を複素ベクトル空間とし、 $f$  を  $V$  上の線形変換とする。 $n$  を正の整数とするとき  $f$  を  $n$  回施す合成変換を  $f^n$ 、また  $f^n$  の核を  $\text{Ker} f^n$  と表す。以下の問いに答えよ。

(1)  $V$  は有限次元であるとする。ある正の整数  $N$  に対して

$$\text{Ker} f^N = \text{Ker} f^{N+1} = \text{Ker} f^{N+2} = \dots$$

となることを示せ。

(2)  $V$  は有限次元であるとする。ある正の整数  $N$  に対して  $\text{Ker} f^N = \text{Ker} f^{N+1}$  ならば

$$\text{Ker} f^N = \text{Ker} f^{N+1} = \text{Ker} f^{N+2} = \dots$$

であることを示せ。

(3)

$$\text{Ker} f^1 \subsetneq \text{Ker} f^2 \subsetneq \text{Ker} f^3 \subsetneq \dots$$

となる線形変換  $f: V \rightarrow V$  の例をひとつ挙げよ。

第3問 与えられた正の数  $a$  に対して

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

とおく。このとき

$$\iint_{\Omega} \sin(x^2 + y^2) \, dx dy$$

を求めよ。またこの積分値が0になる  $a$  の値をすべて求めよ。

第4問 以下の問いに答えよ。

(1) 次の複素積分の値を求めよ。

$$\int_{C_1} z^2 dz$$

ここで  $C_1$  は原点から点  $1 - i$  へ向かう線分  $z(t) = t - it$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) である。

(2) 次の複素積分の値を求めよ。

$$\int_{C_2} \frac{\cos z}{\sin z} dz$$

ここで  $C_2$  は0を中心とした半径4の円周上を正の向きに一周する曲線とする。

(3) 次の積分の値を求めよ。

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 - \sin \theta} d\theta$$